

LEY DE RADIACIÓN DE STEFAN BOLTZMANN

1 OBJETO DE LA PRÁCTICA

- Medir la resistencia del filamento de una lámpara incandescente a temperatura ambiente.
- Medir la densidad de flujo de energía de la lámpara para diferentes voltajes, comprobando que se cumple la ley de Stefan Boltzmann.

2 MATERIAL

- Lámpara de tungsteno
- Termopila
- Banco óptico
- Resistencia de $100\ \Omega$
- Fuente de tensión
- Amplificador
- Polímetros

3 TEORÍA

Cualquier superficie a temperatura T (en la escala Kelvin) emite energía radiante con una rapidez que es proporcional al área de la superficie A y a la cuarta potencia de la temperatura. La expresión de la potencia radiada P como función de la temperatura se denomina *ley de Stefan Boltzmann*:

$$P = e\sigma AT^4 \tag{1}$$

donde σ es la *constante de Stefan Boltzmann*, $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\ \text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$, que es igual para cualquier objeto, y e es la *emisividad* que caracteriza las propiedades de emisión de una superficie y depende del material. Dicha emisividad es un número sin dimensiones que varía entre $0 \leq e \leq 1$, donde el límite superior $e = 1$ correspondería a una superficie ideal que fuese perfectamente emisora.

Una superficie que sea buena absorbente de luz también es una buena emisora de ella. Usando la segunda ley de la termodinámica se puede demostrar que el ritmo de emisión de radiación electromagnética a una frecuencia dada debe ser igual al ritmo de absorción a esa frecuencia. Así pues, la superficie emisora ideal, $e = 1$, también será una superficie

absorbente ideal. Esto es, toda la radiación incidente sobre esta superficie ideal sería absorbida y no habría radiación reflejada. Ya que una superficie emisora-absorbente ideal no refleja nada de luz, frecuentemente se la denomina un *cuerpo negro*. La radiación electromagnética, o luz, emitida por un cuerpo negro ideal se suele llamar *radiación del cuerpo negro*.

La potencia dada por la ecuación (1) incluye todas las frecuencias. La potencia irradiada por unidad de superficie y frecuencia viene determinada por la *irradiancia espectral* L_ν a través de la *ley de radiación de Planck*, que para un cuerpo negro viene dada por:

$$L_\nu = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2(e^{h\nu/kT} - 1)}, \quad (2)$$

donde h es la constante de Planck, $h = 6.626076 \times 10^{-34}$ J·s, c es la velocidad de la luz, $c = 3.00 \times 10^8$ m/s, y k es la constante de Boltzmann, $k = 1.38 \times 10^{-23}$ J·K⁻¹.

La *irradiancia* L , potencia irradiada por unidad de superficie $L = P/A$, será igual a la integral de la irradiancia espectral L_ν sobre todas las frecuencias, desde $\nu = 0$ hasta $\nu = \infty$:

$$L = \frac{P}{A} = \int_0^\infty L_\nu d\nu. \quad (3)$$

Resolviendo la integral anterior volvemos a obtener la ley de Stefan Boltzmann:

$$L(T) = \frac{P}{A} = \frac{2\pi^5}{15} \frac{k^4}{c^2 h^3} T^4 = \sigma T^4, \quad (4)$$

siendo σ la constante de Stefan Boltzmann.

Para probar la ley de Stefan Boltzmann, vamos a medir, mediante una termopila, la radiación emitida por el filamento de una lámpara incandescente que representa un cuerpo *gris* ($e < 1$). Para una distancia fija entre el filamento y la termopila, el flujo de energía ϕ que llega a la termopila será proporcional a $L(T)$:

$$\phi \sim L(T). \quad (5)$$

La termopila consiste básicamente en dos empalmes de dos conductores de metales diferentes. Si uno de los empalmes (o soldaduras) se mantiene a una temperatura de referencia (en nuestro caso temperatura ambiente), y el otro a otra temperatura distinta, existirá una diferencia de potencial eléctrico entre ambos empalmes. Esta diferencia de potencial se utiliza para medir la temperatura.

En nuestro caso la diferencia de potencial medida por la termopila será proporcional al flujo de energía que llega a la termopila. Por tanto, si la temperatura de referencia de la termopila fuese de cero Kelvin, se tendría:

$$U_{term} \sim \phi \sim T^4. \quad (6)$$

Sin embargo, en nuestro caso la temperatura de referencia de la termopila es la temperatura ambiente, y la expresión correcta es:

$$U_{term} \sim (T^4 - T_R^4), \quad (7)$$

aunque en nuestras medidas podemos despreciar T_R ya que $T \gg T_R$.

La temperatura absoluta del filamento se mide a través de los cambios que presenta la resistencia del filamento de tungsteno al variar la temperatura. La dependencia de la resistencia con la temperatura para el tungsteno es la siguiente:

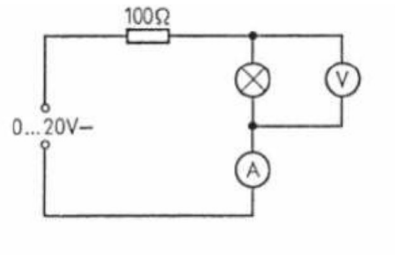
$$R(t) = R_0 (1 + \alpha t + \beta t^2), \quad (8)$$

donde R_0 la resistencia a $t = 0^\circ\text{C}$, $\alpha = 4.82 \times 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ y $\beta = 6.76 \times 10^{-7} \text{ }^\circ\text{C}^{-2}$, y t es la temperatura de la resistencia en grados centígrados.

4 MÉTODO EXPERIMENTAL

1. Montar el circuito de la figura con el fin de medir la resistencia del filamento de tungsteno a temperatura ambiente. Anotar la temperatura ambiente y, a continuación, tomar medidas de la caída de tensión en el filamento para valores de la intensidad desde 100 mA (DC) hasta 200 mA (DC) (estas corrientes son lo suficientemente pequeñas como para despreciar efectos de calentamiento en el filamento y poder considerar que en todo momento la temperatura del filamento es la temperatura ambiente anteriormente medida).

Representar la caída de tensión, V , como función de la corriente, I , calculando la resistencia del filamento a través de la recta de regresión lineal.



2. Montar el mismo circuito que en el apartado anterior, pero desconectando la resistencia de 100Ω , y conectando el filamento a la fuente de tensión variable AC junto con un amperímetro en serie (que permita en este caso medir corrientes alternas de hasta 6 amperios), y un voltímetro en paralelo con la lámpara.
3. Montar la termopila a una distancia de 30 cm del filamento y conectarla al amplificador y a un voltímetro.
(El factor de amplificación es de aprox. 10^3 ó 10^4 cuando se usa el amplificador conectado al voltímetro en la escala de 10 V).
4. Inicialmente, y con un voltaje aplicado a la lámpara de 1 V, mover la termopila a la derecha y a la izquierda hasta conseguir un máximo de señal. El eje del filamento debe estar perpendicular al banco óptico.
5. Variar la tensión de la fuente a intervalos de 1 V hasta un máximo de 8V AC. Para cada medida de la tensión termoelectrónica de la termopila es necesario conseguir que

ésta se encuentre en equilibrio. Para ello basta con esperar un minuto antes de cada medida. Es también conveniente durante estas medidas mantener a la termopila aislada de la luz exterior, de modo que sólo detecte la luz procedente de la lámpara.

Anotar en cada caso la tensión V entre los extremos de la lámpara y la intensidad de corriente I que pasa por la misma.

Antes de la lectura de la tensión termoeléctrica de la termopila para cada uno de los voltajes anteriores se debe realizar un ajuste de cero. Con la lámpara apagada y la termopila aislada de la luz exterior se debe anotar la tensión U_0 de la termopila. Este valor U_0 habrá que sustraerlo de la tensión U medida cuando la lámpara se encuentre encendida al voltaje considerado, de modo que la tensión termoeléctrica vendrá dada por la diferencia $U_{term} = U - U_0$.

ATENCIÓN: NO MANTENER DURANTE MÁS DE CINCO MINUTOS UN VOLTAJE SUPERIOR A 6V EN LA LÁMPARA

5 CUESTIONES

1. Calcular usando la relación (8), el valor R_0 de la resistencia del filamento de tungsteno a 0°C a partir del valor R de la resistencia del filamento a temperatura ambiente obtenido en el apartado 1 de la sección anterior.
2. Para cada una de las tensiones del apartado 5 de la sección anterior, calcular la resistencia del filamento de la lámpara ($R = V/I$) y determinar a partir de R , usando la relación (8), el valor de la temperatura t del filamento en grados centígrados. Determinar su temperatura absoluta.
3. Representar el logaritmo de la tensión termoeléctrica frente al logaritmo de la temperatura absoluta T . Comprobar que se obtiene una recta y realizar un ajuste por mínimos cuadrados.
4. Comprobar que el valor de la pendiente obtenida en el ajuste del apartado anterior coincide aproximadamente con el valor teórico esperado. ¿Cuál es este valor teórico? Razonar la respuesta.